

相似矩阵:

A, B 是 n 阶矩阵 存在 n 阶可逆矩阵 P

$$P^{-1}AP = B$$

那么我们就称 A 与 B 相似

可对角化: A 相似于对角矩阵

$$P^{-1}AP = \Lambda \quad \Lambda: \text{对角矩阵}$$



$$AP = P\Lambda$$



$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n \end{bmatrix}$$

$$P = [d_1 \dots d_n]^T$$

$$[Ad_1, Ad_2, \dots, Ad_n]^T = [\lambda_1 d_1, \lambda_2 d_2, \dots, \lambda_n d_n]^T$$

$$Ad_1 = \lambda_1 d_1 \quad Ad_2 = \lambda_2 d_2 \quad \dots \quad Ad_n = \lambda_n d_n$$

↓
特征值

A 有 n 个线性无关向量

有定性:

$$\vec{x} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \leftarrow$$

正定: $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 \quad \vec{x} \neq 0 \quad f > 0 \quad \vec{x} \neq 0, f \text{ 恒大于 } 0$

半正定: $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 0x_3^2 \quad \vec{x} \neq 0 \quad f \geq 0 \quad \vec{x} \neq 0, f \text{ 恒大于等于 } 0$

负定: $f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 \quad \vec{x} \neq 0 \quad f < 0 \quad \vec{x} \neq 0, f \text{ 恒小于 } 0$

半负定: $f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - x_2^2 + 0x_3^2 \quad \vec{x} \neq 0 \quad f \leq 0 \quad \vec{x} \neq 0, f \text{ 恒小于等于 } 0$

例: $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2^2 + x_3^2$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $f > 0$ 不连续

$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $f < 0$